<u>Logaritmische functies *(zie ook de HelpDesk pag.47)*</u>

Uit het vijfdeklas-boek, hoofdstuk 7:

Onthoud:
$10^2 = 100$ hoort bij $^{10}\log(100) = 2$

Logaritme en grondtal
Met een logaritme kun je de exacte oplossing van een exponentiële vergelijking noteren.
Zo is $^3\log 5$ de exacte oplossing van de vergelijking $3^x = 5$.
Ook is $^3\log 5$ de tijd die nodig is bij groeifactor 3 om een hoeveelheid 5 keer zo groot te laten worden. Het getal 3 in $^3\log 5$ heet het grondtal van de logaritme.
Bij logaritmen met grondtal 10 wordt het grondtal meestal weggelaten. <u>Met log 7 wordt $^{10}\log 7$ bedoeld</u>.

Logaritmische functies
De grafiek van $f(x) = {}^g\log x$ is stijgend als $g > 1$ en dalend als $0 < g < 1$. De grafiek heeft een verticale asymptoot $x = 0$.

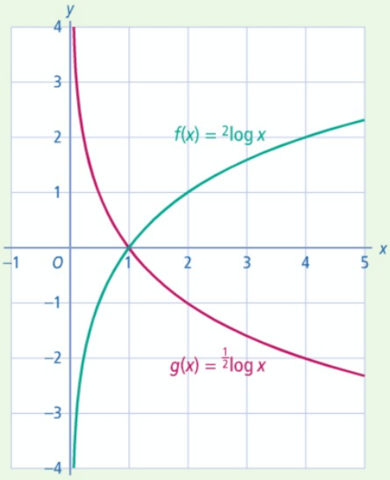
Rekenregels voor logaritmen
Voor het rekenen met logaritmen gelden de volgende rekenregels:

$^g\log a + {}^g\log b = {}^g\log ab$ met $g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0$ en $b > 0$

$^g\log a - {}^g\log b = {}^g\log \frac{a}{b}$ met $g > 0, g \neq 1, a > 0$ en $b > 0$

$^g\log a^p = p \cdot {}^g\log a$ met $g > 0,\ g \neq 1$ en $a > 0$

$\boxed{^g\log a = \frac{^b\log a}{^b\log g}}$ met $a > 0, b > 0, b \neq 1, g > 0$ en $g \neq 1$



Voorbeeld 1
Schrijf als één logaritme:
$2 \cdot {}^3\log 6 - {}^3\log 5$

Oplossing
$2 \cdot {}^3\log 6 - {}^3\log 5 =$
$^3\log 6^2 - {}^3\log 5 =$
$^3\log \frac{36}{5} = {}^3\log 7{,}2$

Voorbeeld 2
Los exact op:
$^2\log x - {}^2\log 5 = 3 \cdot {}^2\log 3$

Oplossing
$^2\log \frac{x}{5} = {}^2\log 3^3$
$\frac{x}{5} = 3^3 = 27$
$x = 5 \cdot 27 = 135$

Voorbeeld 3
Los exact op:
$1 + {}^2\log x = {}^2\log(x+7)$

Oplossing
1 kun je vervangen door $1 = {}^2\log 2$
$^2\log 2 + {}^2\log x = {}^2\log(x+7)$
$^2\log 2x = {}^2\log(x+7)$
$2x = x + 7$ dus $x = 7$

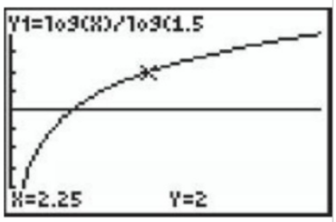
Je kunt een verdubbelingstijd of een halveringstijd berekenen bij een exponentieel groeiproces
Voor de verdubbelingstijd geldt $g^t = 2$, voor de halveringstijd $g^t = \frac{1}{2}$.

Voorbeeld
Een groeiproces verloopt volgens de functie: $f(t) = 1240 \cdot 1{,}07^t$ met t in jaren.
Hoe groot is de verdubbelingstijd?

Oplossing
Er moet dan gelden $1{,}07^t = 2$
Dan is $t = {}^{1{,}07}\log 2 \approx 10{,}24$ jaar.

Je kunt met grafieken van logaritmische functies werken
Is de grafiek stijgend of dalend? Wat is het domein en bereik?
Hoe bereken je het nulpunt? Wat is de vergelijking van de asymptoot?

Voorbeeld
Gegeven is de functie: $f(x) = {}^{1{,}5}\log x$. Ga na of de grafiek van f stijgend of dalend is, geef het domein en bereik, nulpunt en een vergelijking van de asymtoot.



Oplossing
Het grondtal 1,5 is groter dan 1, dus de grafiek van f is stijgend.
Domein: $\langle 0, \rightarrow\rangle$, bereik: $\mathbb{R}$, asymptoot: $x = 0$
nulpunt: $^{1{,}5}\log x = 0$ heeft als oplossing $x = 1$

Je kunt vergelijkingen met logaritmische functies oplossen

Bij het exact oplossen maak je gebruik van de rekenregels voor logaritmen.

Voorbeeld

Los exact op

$2 + \log x = \log (x + 3)$

Oplossing

$\log 100 + \log x = \log (x + 3)$

$\log (100\,x) = \log (x + 3)$

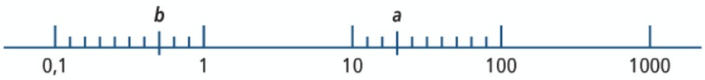
$100\,x = x + 3$

$99\,x = 3$, dus $x = \frac{1}{33}$

Je kunt met een logaritmische schaalverdeling werken

Als er hele grote en hele kleine waarden getekend moeten worden gebruik je vaak een logaritmische schaalverdeling.

Voorbeeld



1. Er wordt met machten van 10 gewerkt
2. a ligt tussen 10^1 en 10^2en
3. $a = 10^{1,3} \approx 20$

2. b ligt tussen 10^{-1} en 10^0
3. $b = 10^{-0,3} \approx 0,50$