

Lineaire en exponentiële verbanden

T
H
E
O
R
I
E

Als in een tabel in de bovenste rij opeenvolgende getallen staan en in de onderste rij de toename steeds hetzelfde is, dan is er sprake van een **lineair verband**. De toename in de onderste rij kan positief of negatief zijn. Bij een lineair verband tussen de variabelen x en y hoort de formule $y = ax + b$. Hierin is a het **hellingsgetal** en b het **startgetal**. Het startgetal is de waarde van y voor $x = 0$

vanaf nu: *richtingscoëfficiënt*

Voorbeeld

Gegeven is de tabel

x	3	4	5	6	7
y	15	19	23	27	31

Geef de formule bij de tabel en bereken de waarde van y voor $x = 35$.

Oplossing

Als in de tabel x met één toeneemt, neemt y met 4 toe.

Dus het hellingsgetal is 4.

Voor $x = 0$ is $y = 15 - 3 \times 4 = 3$.

De formule bij de tabel is $y = 4x + 3$.

Voor $x = 35$ is $y = 4 \times 35 + 3 = 143$.

T
H
E
O
R
I
E

Als in een tabel in de bovenste rij opeenvolgende getallen staan en in de onderste rij de getallen steeds met dezelfde factor worden vermenigvuldigd, dan is er sprake van een **exponentieel verband**. Bij een exponentieel verband tussen de variabelen x en y hoort de formule $y = b \cdot g^x$. Hierin is g de **groefactor** en b de **beginwaarde**. De beginwaarde is de waarde van y bij $x = 0$.

Voorbeeld

Gegeven is de tabel

x	3	4	5	6	7
y	3125	3750	4500	5400	6480

Geef de formule bij de tabel en bereken de waarde van y voor $x = 35$.

Oplossing

Als in de tabel x met één toeneemt, wordt y telkens met 1,2 vermenigvuldigd.

Dus de groefactor is 1,2.

Voor $x = 0$ is $y = 3125 : 1,2^3 \approx 1808,45$.

De formule bij de tabel is $y = 1808,45 \cdot 1,2^x$.

Voor $x = 35$ is $y = 1808,45 \cdot 1,2^{35} \approx 1\ 068\ 194$.

Hoe stel je de lineaire formule door twee gegeven punten op?

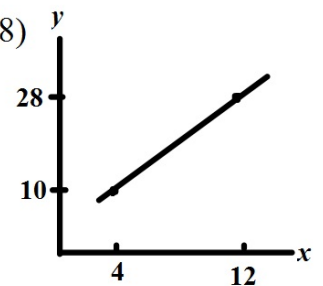
Voorbeeld: stel de lineaire formule op voor de rechte lijn door (4, 10) en (12, 28)

Aanpak: algemene formulevorm is $y = ax + b$

x	0	1	2	3	4	5	12
y	?				10		28

in 8 stappen

18 erbij



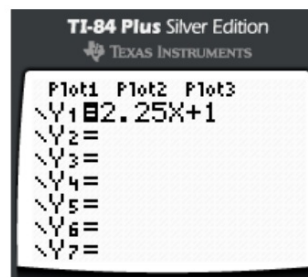
$$a = \text{richtingscoëfficiënt} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{28 - 10}{12 - 4} = 2,25$$

voorlopige formule: $y = 2,25x + b$

bij $x = 4$ hoort uitkomst $y = 10$, dus $2,25 \times 4 + b = 10$, hieruit volgt $b = 1$

dus de formule is: $y = 2,25x + 1$

Controle:



X	Y1
4	10
6	14,5
8	19
10	23,5
12	28
14	32,5
16	37

Het klopt!

Lineaire vergelijkingen oplossen:

Los op:

a. $3,4a - 14,1 = 2,8a + 27$

b. $0,03(b - 2) = 0,02(b + 3)$

c. $18 - 5(c + 1,4) = -c + 2$

Hoe stel je de exponentiële formule door twee gegeven punten op?

Voorbeeld: stel de exponentiële formule op voor de grafiek door (2, 9) en (10; 230,66)

Aanpak: algemene formulevorm is $y = b \times g^t$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	b										230,66
		$\times g \times g \times g \times g \times g \times g \times g \times g \times g$									

je ziet dat moet gelden: $9 \times g^8 = 230,66$

hieruit volgt dat $g^8 = 25,629$

dus $g = 25,629^{1/8} = 1,5$

dus de voorlopige formule is: $y = b \times 1,5^t$

bij $t = 2$ hoort uitkomst $y = 9$, dus $b \times 1,5^2 = 9$

hieruit volgt $b = 4$

formule dus: $y = 4 \times 1,5^t$

door deze formule in te voeren in je GR, en er een tabel bij te laten maken kun je controleren dat de formule klopt

Plot1	Plot2	Plot3
Y1	4*1.5^X	
Y2	=	
Y3	=	
Y4	=	
Y5	=	
Y6	=	
Y7	=	

Equation

X	Y1	
0	4	
2	9	
4	20,25	
6	45,563	
8	102,52	
10	230,66	
12	518,99	
X=0		

klopt!

Table

Hoe reken je met percentages en groeifactoren?

voorbeeld-1:

Er wordt € 5000 op een spaarrekening gezet tegen een vaste jaarlijkse rente van 3%.
Bereken met hoeveel procent het spaarbedrag is gegroeid na 25 jaar.

voorbeeld-2:

De winst van een bedrijf stijgt ieder jaar met een vast percentage.
Over de laatste tien jaar is de winst in totaal met 75% gestegen.
Bereken met hoeveel procent de winst jaarlijks is gestegen.
Geef het antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Exponentiele vergelijkingen oplossen:

Los op:

a. $5 \cdot 3^x = 84$

b. $4 \cdot 2^{-x+1} = 8^x$