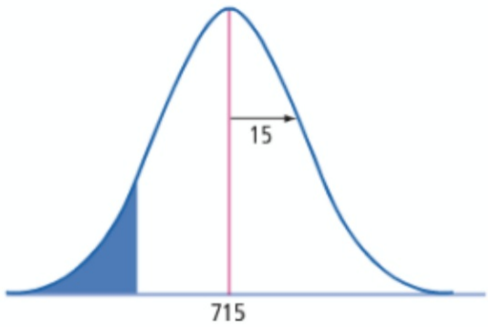
6-6 Een toets voor het gemiddelde (bij een normale verdeling)

THEORIE

Een **toets voor het gemiddelde** gaat over toetsingsgrootheden die normaal verdeeld zijn met een gemiddelde μ en een bekende standaardafwijking σ.
De nulhypothese is een bewering omtrent het gemiddelde van deze normale verdeling. De waarde van σ is hierbij bekend.
De toets voor het gemiddelde kan éénzijdig of tweezijdig worden uitgevoerd. Door weer bij de uitkomst van de steekproef de overschrijdingskans te bepalen en deze met het significantieniveau te vergelijken kun je beslissen of H_0 moet worden verworpen of gehandhaafd.



Voorbeeld

Het etiket van een bepaalde wijnfles vermeldt een inhoud van 0,7 l.
Er zijn klachten dat er te weinig in een fles zou zitten.
De vulmachine vult met een standaardafwijking van 10 ml en staat volgens de directie afgesteld op 705 ml.
Bij controle bleek in een aselecte steekproef van 25 flessen de gemiddelde inhoud 698 ml te zijn.
Toets met significantieniveau $\alpha = 0{,}05$ of dit resultaat aanleiding geeft om aan het opgegeven gemiddelde te twijfelen.

Oplossing

De toetsingsgrootheid X is hier de gemiddelde flesinhoud.
H_0: $\mu = 705$ tegen H_1: $\mu < 705$ (eenzijdig!)
Onder H_0 is X Norm(705; $\frac{10}{\sqrt{25}}$)-verdeeld. ⟵ **wortel-n wet!**
Linker overschrijdingskans: $P(X \leq 698) \approx 0{,}00023$
dus op 5%-niveau erg significant: er is alle aanleiding gevonden om te veronderstellen dat het opgegeven gemiddelde lager is.

normalcdf(-10^{99},698,705,2) = 0,00023267337...

pag.127:

de twee wortel-n wetten (uit hoofdstuk 3):

Voor de som (S) van de n uitkomsten geldt:
$E(S) = n \cdot E(X)$ en $\sigma(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma(X)$

Voor het gemiddelde (G) van n uitkomsten geldt:
$E(G) = E(X)$ en $\sigma(G) = \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$

23: uitwerking staat bij **24**

24: uitwerking staat bij **23**

25c: antwoord moet 195 zijn(in plaats van 204)

pag.127:

25 De lichaamslengte van 17-jarige jongens is Norm(176,0; 6,0)-verdeeld. Voor 17-jarige meisjes geldt dat hun lengte normaal verdeeld is met $\mu = 174{,}0$ cm en $\sigma = 6{,}0$ cm. Een statisticus heeft een lijst van n metingen, allemaal van jongens of allemaal van meisjes, helaas staat dat er niet bij. Om uit te maken of het een jongenslijst dan wel een meisjeslijst betreft, doet de statisticus het volgende:
Is het gemiddelde van de lijst groter dan 175,0 cm, dan besluit hij dat het een jongenslijst is. Is het gemiddelde van de lijst kleiner dan 175,0 cm, dan besluit de statisticus tot een meisjeslijst.

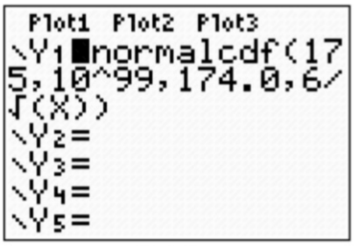
a Neem $n = 25$. Bereken de kans dat de statisticus besluit dat het een jongenslijst is, terwijl het in werkelijkheid een meisjeslijst was.

b Neem weer $n = 25$. Bereken de kans dat de statisticus ten onrechte besluit dat het een meisjeslijst is.

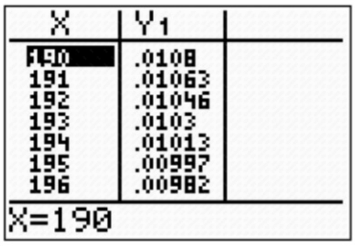
c Zoek uit hoe groot n minstens moet zijn opdat de beide kansen uit de onderdelen a en b kleiner blijven dan 1 procent.

25c: Y_1 = normalcdf(175,10^99,174,6/wortel(X)) < 0,01 en
Y_2 = normalcdf(-10^99,174,175,6/wortel(X)) < 0,01

In beide gevallen vind je dat X, dus *n*, minimaal 195 moet zijn.



Equation



X	Y1
190	.0108
191	.01063
192	.01046
193	.0103
194	.01013
195	.00997
196	.00982

X=190

Table